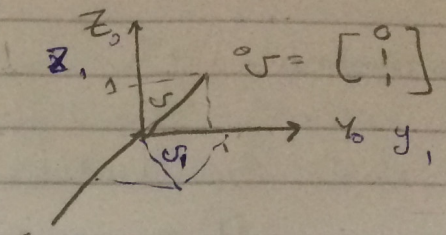
Sec: Robotics eng: shehab

Rotation Matrix :-

① orientation of frame wrt another frame
② - Co-ordinates of point P wrt ____.
③ Rotation operator



r attached to frame 1

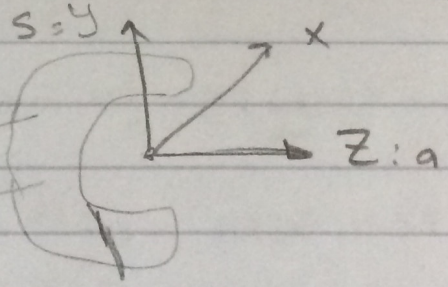
$^1r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ← ^0r هي frame اللي r attached to

X (Rotation ما بنلف ما هو بعني $^0r = {}^1r$ بنفضل زي ما هو بعني وكمان ^0r هي اللي هتتغير)

frame 1 ⇐

$$^0r_{new} = R_1^0 \; {}^0r_{Previous}$$

* frame اللي بيغير في frame اللي object attach بالـ frame اللي بيتغير بنفضل الـ object بالنسبة لها.



a - approtie
s → slider

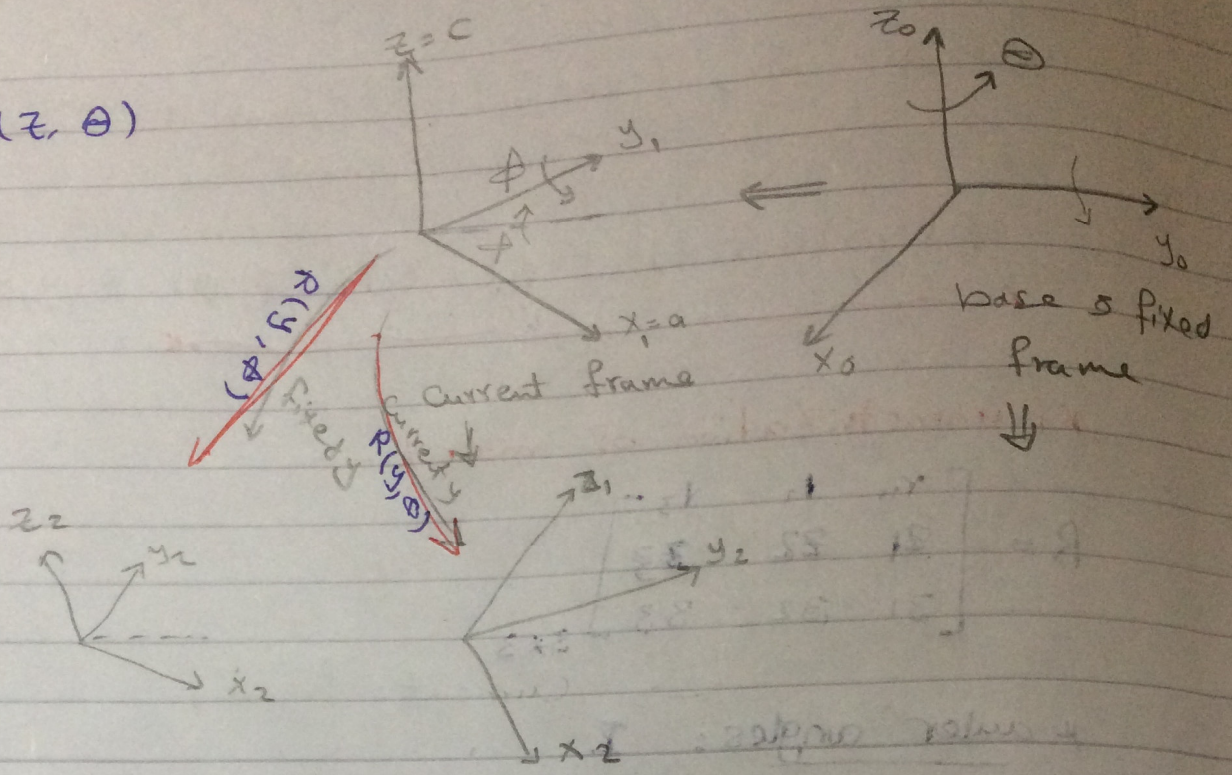
⇐ علشان اقدر اصف ان object في الفراغ لازم يكون معاه ٦ معلومات ٣ في الـ orientation الخاص بالـ end effector.

* Composition of Rotations:-

Successive Rotation.

موجود من الـ Rotation علشان اقدر اوصل الـ orientation العام في الفراغ

$R(Z, \theta)$



Pre Multiplication ← fixed frame ← Rotation of ①
Post Multiplication ← current frame ← " ②

Case 1 :-

$$R = R(Z, \theta) \; I \; R(y, \phi)$$

Case 2 :-

$$R = R(y, \phi) \cdot R(Z, \theta) \; I$$

ex:

Rotation matrix R:

1- rotation of θ about current x-axis
2- Rotation — ϕ — Z-axis
3- — α — fixed Z-axis
4- — β — current y-axis
5- — γ — fixed x-axis

* kinamatic frame ← fixed frame ← Current frame

$$R = R(x,\delta)R(z,\alpha) \quad I \quad R(x,\theta).R(z,\phi).R(y,\beta)$$

* Parametrization of matrix:-

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_2 & r_3 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

(Current frame)

* euler angles: I

representation

$Z_\theta \; Y_\phi \; Z_\psi$

$\downarrow B \quad \downarrow C$

$\rightarrow I = R = R(z,\theta), R(y,\phi)R(z,\psi)$

يتفاعل على الـ z بزاوية θ، يعني
تفاعل على y بزاوية φ
، يعني z بزاوية ψ

$$R = \begin{bmatrix} ___ & ___ & C\phi\, S\theta \\ ___ & ___ & S\phi\, S\theta \\ -S_\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix}$$

اي orientation في الفراغ اقدر امثله بـ euler angle واحد
في الزوايا الـ 3 اللي على يمين الفراغ

* Euler representation II

$Z_\theta \; X_\phi \; Z_\psi$

$\downarrow \quad \downarrow$

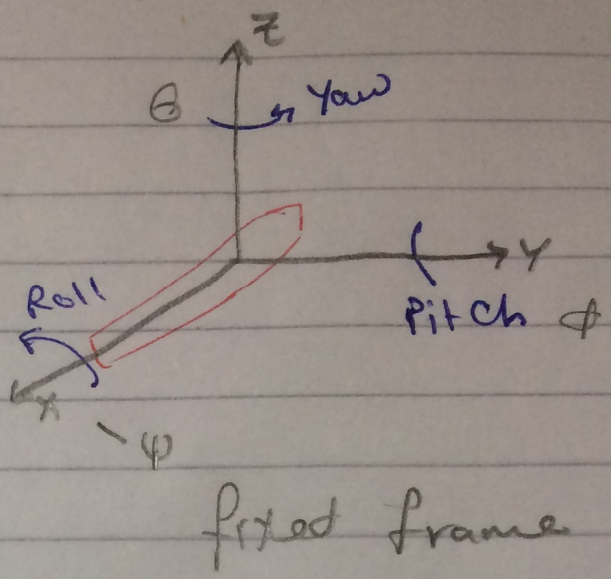
$A \quad C$

$$R = R(z,\phi)R(y,\theta)R(z,\psi)$$

* Roll , Pitch, Yaw

$x \longrightarrow y \longrightarrow z$

$R = R(z,\theta) \cdot R(y,\phi) \cdot R(x,\psi)$



fixed frame